

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΕΠΑΛ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x) = c$  (όπου  $c$  πραγματικός αριθμός) είναι ίση με 0, δηλαδή  $(c)' = 0$ .

Μονάδες 7

A.2 Πότε μια συνάρτηση  $f$  σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα ;

Μονάδες 2

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

A3.1 Το εύρος είναι μέτρο θέσης.

A3.2 Η συχνότητα της τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής  $X$  είναι αρνητικός αριθμός.

A3.3. Ισχύει  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ .

A3.4 Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων το άθροισμα των εμβαδών όλων των ορθογωνίων είναι ίσο με το συνολικό μέγεθος του δείγματος.

A3.5 Ισχύει  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$

Μονάδες 10

A4. Να επιλέξετε την κατάλληλη αντιστοίχιση :

$(\eta\mu x)'$	0
$(c)'$	$\frac{-1}{x^2}$
$(\sigma\upsilon\nu x)'$	$\sigma\upsilon\nu x$
$\left(\frac{1}{x}\right)'$	$-\eta\mu x$
$(\sqrt{x})'$	$\frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}x\right)'$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Μονάδες 6

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{2-x}$ .

B1. Να βρείτε πεδίο ορισμού και πρώτη παράγωγο.

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε μονοτονία και ακρότατα της  $f$ .

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)(x-2)^2 - x}{\sqrt{x+2} - 2}$ .

Μονάδες 6

B4. Θεωρούμε τις παρατηρήσεις  $f(2021), f(2022), f(-1821), f(1), f(-1984)$  μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος. Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων αυτών.

Μονάδες 5

### ΘΕΜΑ Γ

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται τα χρήματα που ξοδεύουν οι μαθητές ενός Γυμνασίου σε ευρώ, δείγματος έξι μαθητων της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητων της δευτέρας τάξης (ομάδα Β).

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

Γ1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.

Μονάδες 6

Γ2. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.

Μονάδες 5

Γ.3 Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 ευρώ η κάθε μία, πως διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων ;

Μονάδες 8

Γ4. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

Μονάδες 6

$$s = \sqrt{7,6} \approx 2,6 \text{ και } s = \sqrt{13,6} \approx 3,7$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η σχέση  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = x(x-3) + a$  και η συνάρτηση  $f(x)$  έχει ακρότατο για  $x = 1$ .

Δ1. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = x^2 - 3x + 2$ .

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε το σημείο όπου η εφαπτόμενη της  $f'$  είναι παράλληλη στη  $y = 3x + 1789$ .

Μονάδες 6

Δ3. Να αποδείξετε ότι  $x^2 + 2 \geq 3x - \frac{1}{4}$

Μονάδες 6

Δ4. Αν  $A(10, -3)$  και  $B(x, f''(x))$ , να βρείτε το σημείο που έχουμε την ελάχιστη απόσταση.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!

Επιμέλεια: Κωνσταντίνος Κασλής, Μαθηματικός